

Лекция 5. Интегралды Фурье түрлендіруі.

Сандық сызықта анықталған абсолютті интегралданатын функцияларды қарастырайық.

Жоғарыда келесі формуланы алдық:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda(x - \xi) d\xi \quad (1)$$

Бұл формула келесі теореманың мазмұнын көрсетеді:

:

Теорема. Егер $f(x)$ - үкіл сандық сызықта абсолютті интегралданатын функция болса, $f(x) \in L_1(\mathbb{R})$, онда (1) . интегралды формула орындалады

Фурье формуласын комплексті түрде жазуға болады:

(1) –ге $\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \sin \lambda(x - \xi) d\xi$ нольдік келесі мүшені қосып,

(2) Эйлер формуласын қолдансақ, онда :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \exp(i\lambda(x - \xi)) d\xi \quad (2)$$

(3) Формуланы түрлендірейік.

$$\hat{f}(\lambda) \equiv Ff(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) e^{-i\lambda\xi} d\xi \quad (3)$$

Белгілеуді енгізсек, онда формула (2) келесі түрде жазылады:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\lambda) \exp(i\lambda x) d\lambda$$

(3) формуласы арқылы анықталған $\hat{f}(\xi)$ функциясы $f(x)$ функцияның Фурье түрлендіруі деп аталады.